

---

**FACTORIZACIÓN COMPLETA DE NÚMEROS DE LA  
FORMA:**

$$r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1 \text{ con } r, n \in \mathbb{N} \text{ y } p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$$

*(ALGORITMO PARA FACTORIZAR Y CRIBAS POLINOMIALES DE CORDERO)*

*Lic. Ronald Cordero Méndez*

*Dirección electrónica: ronaldcome@gmail.com*

**RESUMEN**

Procedimiento para cribar los valores de  $n \in \mathbb{N}$  tal que  $p(n) = r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$  es un número primo, con  $r \in \mathbb{N}$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$ . Test de primalidad para números de la forma  $r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$  y su factorización completa.

**PALABRAS CLAVES.**

Criba, números primos, polinomios, números compuestos, procedimiento, Test de primalidad, factorización de un número.

**ABSTRACT**

Procedure to screen the values of  $n \in \mathbb{N}$  such that  $p(n) = r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$  is a prime number, with  $r \in \mathbb{N}$  and  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$ . Primality test for numbers of the form  $r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$  and its complete factorization.

**KEYWORDS.**

Sieve, prime numbers, polynomials, composite numbers, procedure, Primality test, factorization of a number.

## 1. INTRODUCCIÓN.

La factorización de números enteros es un tema matemático al que hoy día no se le ha podido dar una solución satisfactoria, eficiente y definitiva. Podemos considerar la factorización completa de números enteros como difícil de encontrar su solución. Los software, algoritmos o procedimientos computacionales que se utilizan hoy día son bastante complicados y los números primos grandes está lejos de ser fácil encontrarlos. Las cribas matemáticas son procedimientos que nos ayudan a encontrar tan valiosos números.

Se llama Criba al algoritmo que actúa como una especie de filtro que permite extraer todos los números primos que se hallan mezclados con el 1 y los números compuestos. Las Cribas Polinomiales de Cordero utiliza polinomios de la forma  $r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$  para tal objetivo. La idea es tomar todos los valores de  $n$  naturales que se encuentran dentro de un intervalo dado, localizar los que producen números compuestos al sustituirlos en los polinomios y eliminarlos. Los valores de  $n$  naturales que quedan producirán solamente números primos.

También se publica un procedimiento sencillo para descubrir si un número dado de la forma  $r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$  es primo o compuesto, en este último caso se publican fórmulas y un algoritmo para encontrar su factorización completa.

## 2. CRIBAS PARA POLINOMIOS DE LA FORMA

$$p(n) = r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$$

Sea  $r \in \mathbb{N}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$ . Para los polinomios de la forma  $r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$  se tiene que cuando  $n$  toma valores que pertenecen al conjunto de los números naturales sus resultados pueden ser números primos o compuestos.

En este trabajo de investigación se publica el procedimiento que permite encontrar los valores de  $n$  que al evaluar en  $p(n) = r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$  el resultado es siempre un número primo.

## 3. CONJETURA DE LAS CRIBAS POLINOMIALES DE CORDERO

Encontrar una fórmula polinomial que genere todos y cada uno de los números primos no es posible, ya fue demostrado por algunos matemáticos como Goldbach y Legendre. Pero lo que sí es posible encontrar son fórmulas polinomiales de segundo grado para la variable  $n$ , que generan valores que al sustituirlos en polinomios de la forma  $r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$ ,  $r \in \mathbb{N}$ ,  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$ , siempre se obtiene un número compuesto.

**3.1 CONJETURA:**

Los polinomios  $n^2 - n + p$  con  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $p \in \{2,3,5,11,17,41\}$  han sido objeto de estudio de algunas investigaciones. En este artículo se publica el estudio de los polinomios de la forma  $r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $r \in \mathbb{N}$  y  $p \in \{2,3,5,11,17,41\}$  donde  $n^2 - n + p$  con  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $p \in \{2,3,5,11,17,41\}$  es un caso particular de ellos con  $r = 1$ .

La conjetura de las cribas polinomiales de Cordero, dice:

Sea  $r, s \in \mathbb{N}$ ,  $p \in \{2,3,5,11,17,41\}$ ,  $T, x \in \mathbb{Z}$ .  
 Si  $n \neq \frac{((r-1+T)s^2+rs)x^2 + ((r-1+T)s^2 - (r-2+2T)s - r)x + ((r-1+T)s^2+rs)p - (r-1+T)s + T}{r}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$   
 entonces  $r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  es un número primo.

**4. CRIBAS PARA POLINOMIOS DE LA FORMA**

$$p(n) = r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1 \text{ con } r = 1$$

Si damos valor a  $r = 1$  se obtiene  $p(n) = n^2 - n + p$  con  $p \in \{2,3,5,11,17,41\}$  los cuales son polinomios que generan números primos desde  $n = 1$  hasta  $n = p - 1$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , pero para  $n \geq p$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  los resultados son números compuestos o primos sin ningún orden aparente. Pero la verdad es que los valores de  $n$  tal que  $n^2 - n + p$  con  $p \in \{2,3,5,11,17,41\}$  es un número compuesto si tienen un patrón.

**4.1 CRIBA POR INTERVALOS PARA  $p(n) = n^2 - n + p$  con  $p \in \{2,3,5,11,17,41\}$ .**

Sea  $u \in \mathbb{N}$ . Al resolver el conjunto de inecuaciones (\*) se encuentra todos los  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq p$  dentro del intervalo que al sustituir el polinomio  $n^2 - n + p$  siempre es un número compuesto.

$$up \leq n = s(Ts + 1)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + s(Ts + 1)p - Ts + T \leq (u + 1)p \quad (*)$$

Para resolver las inecuaciones se deben acotar los valores que debe tomar las variables.

**i. COTAS PARA  $s$ .**

El cambio de valor en  $s$  se da cuando en (\*)  $x = 0$  y  $T = 1$ .  $n \geq p$ .

$$up + p \leq s(s + 1)p - s + 1$$

$$0 \leq ps^2 + ps - s + 1 - up - p$$

$$0 \leq ps^2 + (p-1)s + 1 - up - p$$

$$s = \frac{-(p-1) + \sqrt{(p-1)^2 - 4p(1-up-p)}}{2p}$$

$$s = \frac{1-p + \sqrt{p^2 - 6p + 1 + 4p^2(u+1)}}{2p}$$

Luego:

Sea  $u \in \mathbb{N}$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$

Si  $up \leq n \leq (u+1)p$  entonces  $1 \leq s \leq \left\lceil \frac{1-p + \sqrt{p^2 - 6p + 1 + 4p^2(u+1)}}{2p} \right\rceil$

### ii. COTAS PARA $T$ .

Para que las gráficas de los polinomios cuadráticos estén dentro del intervalo, esto es (\*) debe producir parábolas cóncavas hacia arriba, luego:

$$s(Ts + 1) \geq 1$$

$$Ts^2 + s \geq 1$$

$$T \geq \frac{1-s}{s^2}, \quad s \neq 0, s \in \mathbb{N}$$

$$T \geq 0, \quad T \in \mathbb{Z}$$

Además observemos que para  $s = 1$  y  $T = 1$  las inecuaciones tienen las mismas soluciones que para  $s = 2, T = 0$ .

Veamos:

$$n = s(Ts + 1)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + s(Ts + 1)p - Ts + T$$

Para  $s = 1, T = 1$ ,  $up \leq 2x^2 - x + 2p < p(u + 1)$  y para  $s = 2, T = 0$ ,

$$up \leq 2x^2 + x + 2p < p(u + 1)$$

Y ambas inecuaciones tienen las mismas soluciones.

Además, para obtener solamente soluciones reales, se debe cumplir en (\*), que:

$$s(Ts + 1)p - Ts + T \leq (u + 1)p$$

$$T(s^2p - s + 1) \leq up + p - sp$$

$$T \leq \frac{p(u - s + 1)}{ps^2 - s + 1}$$

$$T \leq \left\lfloor \frac{p(u - s + 1)}{ps^2 - s + 1} \right\rfloor$$

Luego:

Sea  $s, u \in \mathbb{N}$ ,  $T \in \mathbb{Z}$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$

Si  $s = 1$  entonces  $0 \leq T \leq u - 1$

Si  $s \geq 2$  entonces  $1 \leq T \leq \left\lfloor \frac{p(u-s+1)}{ps^2-s+1} \right\rfloor$

Después de encontrar todos los valores  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq p$  dentro del intervalo:

$$up \leq n = s(Ts + 1)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + s(Ts + 1)p - Ts + T < p(u + 1) \quad (*)$$

Los eliminamos y los  $n \in \mathbb{N}$ ,  $up \leq n < p(u + 1)$ , que quedan se sustituyen en  $p(n) = n^2 - n + p$  y siempre se obtienen números primos.

### 5. APLICACIONES DE LAS CRIBAS POLINOMIALES DE CORDERO

Se aplican los pasos explicados anteriormente para obtener números primos.

#### 5.1 Aplicación para $u = 1, p = 41, r = 1$

$$\begin{aligned} up &= 41 \\ p(u + 1) &= 82 \end{aligned}$$

a. Se debe resolver las inecuaciones:

$$41 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 82$$

b. Encontrar los valores de  $s$ :

$$1 \leq s \leq \left\lfloor \frac{1 - p + \sqrt{p^2 - 6p + 1 + 4p^2(u + 1)}}{2p} \right\rfloor$$

$$1 \leq s \leq \left\lfloor \frac{-40 + \sqrt{41^2 - 6 * 41 + 1 + 4 * 41^2 * 2}}{2 * 41} \right\rfloor = 1$$

La variable  $s$  toma solamente el valor 1.

c. Valores para  $T$ :

$$\text{Si } s = 1 \text{ entonces } 0 \leq T \leq u - 1 \quad 0 \leq T \leq 0$$

d. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 0$

$$41 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 82$$

$$41 \leq n = x^2 + 41 < 82$$

$$x = 0, n = 41$$

$$x = 1, n = 42$$

$$x = 2, n = 45$$

$$x = 3, n = 50$$

$$x = 4, n = 57$$

$$x = 5, n = 66$$

$$x = 6, n = 77$$

e. Se eliminan los valores de  $n$  encontrados en d. en el intervalo dado y se obtiene:

$$43, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 78, 79, 80, 81$$

f. Si los evaluamos en  $p(n) = n^2 - n + 41$  obtenemos:

1847,1933,2111,2203,2297,2393,2591,2693,2797,2903,3011,3121,3347,3463,3581,3701  
3823,3947,4073,4201,4463,4597,4733,4871,5011,5153,5297,5443,5591,5741,6047,6203  
6361, 6521.

Todos estos números son primos.

### 5.2 Aplicación para $u = 2, p = 41, r = 1$

$$up = 82$$

$$p(u + 1) = 123$$

a. Se debe resolver las inecuaciones:

$$82 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 123$$

b. Encontrar los valores de  $s$ :

$$1 \leq s \leq \left\lceil \frac{1 - p + \sqrt{p^2 - 6p + 1 + 4p^2(u + 1)}}{2p} \right\rceil$$

$$1 \leq s \leq \left\lceil \frac{-40 + \sqrt{41^2 - 6 * 41 + 1 + 4 * 41^2 * 3}}{2 * 41} \right\rceil = 1$$

c. Valores para  $T$ :

Si  $s = 1$  entonces  $0 \leq T \leq u - 1$        $0 \leq T \leq 1$

d. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 0$

$$82 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 123$$

$$82 \leq x^2 + 41 < 123$$

$$x = 7, n = 90$$

$$x = 8, n = 105$$

$$x = 9, n = 122$$

e. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 1$

$$82 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 123$$

$$82 \leq 2x^2 - x + 82 < 123$$

$$x = 0, n = 82$$

$$x = 1, n = 83$$

$$x = -1, n = 85$$

$$x = 2, n = 88$$

$$x = -2, n = 92$$

$$x = 3, n = 97$$

$$x = -3, n = 103$$

$$x = 4, n = 110$$

$$x = -4, n = 118$$

f. Se eliminan los valores de  $n$  encontrados en d. y e. en el intervalo dado y se obtiene:

81,84,86,87,89,91,93,94,95,96,98,99,100,101,102,104,106,107,108,109,111,112,113,114,115,116,117,119,120,121

g. Si los evaluamos en  $p(n) = n^2 - n + 41$  obtenemos:

6521,7013,7351,7523,7873,8231,8597,8783,8971,9161,9547,9743,9941,10141,  
10343,10753,11171,11383,11597,11813,12251,12473,12697,12923,13151,13381  
13613, 14083, 14321,14561

Todos estos números son primos.

### 5.3 Aplicación para $u = 3, p = 41, r = 1$ .

$$up = 123$$

$$p(u + 1) = 164$$

a. Se debe resolver las inecuaciones:

$$123 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 164$$

b. Encontrar los valores de  $s$ :

$$1 \leq s \leq \left\lfloor \frac{1 - p + \sqrt{p^2 - 6p + 1 + 4p^2(u + 1)}}{2p} \right\rfloor$$

$$1 \leq s \leq \left\lfloor \frac{-40 + \sqrt{41^2 - 6 * 41 + 1 + 4 * 41^2 * 4}}{2 * 41} \right\rfloor = 1$$

c. Valores para  $T$ :

$$\text{Si } s = 1 \text{ entonces } 0 \leq T \leq u - 1 \quad 0 \leq T \leq 2$$

d. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 0$

$$123 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 164$$

$$123 \leq n = x^2 + 41 < 164$$

$$x = 9, n = 122$$

$$x = 10, n = 141$$

$$x = 11, n = 162$$

e. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 1$

$$123 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 164$$

$$123 \leq 2x^2 - x + 82 < 164$$

$$x = 5, n = 127$$

$$x = -5, n = 137$$

$$x = 6, n = 148$$

$$x = -6, n = 160$$

f. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 2$

$$123 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 164$$

$$123 \leq 3x^2 - 2x + 123 < 164$$

$$x = 0, n = 123$$

$$x = 1, n = 124$$

$$x = -1, n = 128$$

$$x = 2, n = 131$$

$$x = -2, n = 139$$

$$x = 3, n = 144$$

$$x = -3, n = 156$$

$$x = 4, n = 163$$

g. Se eliminan los valores de  $n$  encontrados en d. e. y f. en el intervalo dado y se obtiene:

125,126,129,130,132,133,134,135,136,138,140,142,143,145,146,147,149,150,151,152,153,154,155.

h. Si los evaluamos en  $p(n) = n^2 - n + 41$  obtenemos:

15541,15791,16553,16811,17333,17597,17863,18131,18401,18947,19501,20063,  
20347,20921,21211,21503,22093,22391,22691,22993,23297,23603,23911,24533,  
24847,25163,25801.

Todos estos números son primos.

5.4 Aplicación para  $u = 12, p = 41, r = 1$ .

$$\begin{aligned} up &= 492 \\ p(u + 1) &= 533 \end{aligned}$$

a. Se debe resolver las inecuaciones:

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

b. Encontrar los valores de  $s$ :

$$\begin{aligned} 1 \leq s &\leq \left\lfloor \frac{1 - p + \sqrt{p^2 - 6p + 1 + 4p^2(u + 1)}}{2p} \right\rfloor \\ 1 \leq s &\leq \left\lfloor \frac{-40 + \sqrt{41^2 - 6 * 41 + 1 + 4 * 41^2 * 13}}{2 * 41} \right\rfloor = 3 \end{aligned}$$

La variable  $s$  toma los valores 1,2,3.

c. Valores para  $T$ :

$$\text{Si } s = 1 \text{ entonces } 0 \leq T \leq u - 1 \quad 0 \leq T \leq 11$$

d. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 0$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$\begin{aligned} 492 &\leq x^2 + 41 < 533 \\ x &= 22, n = 525 \end{aligned}$$

e. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 1$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$492 \leq 2x^2 - x + 82 < 533$$
$$x = 15, n = 517$$

f. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 2$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$492 \leq 3x^2 - 2x + 123 < 533$$
$$x = 12, n = 531$$
$$x = -11, n = 508$$

g. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 3$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$492 \leq 4x^2 - 3x + 164 < 533$$
$$x = -9, n = 515$$

h. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 4$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$492 \leq 5x^2 - 4x + 205 < 533$$
$$x = 8, n = 493$$

i. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 5$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$492 \leq 6x^2 - 5x + 246 < 533$$
$$x = -6, n = 492$$
$$x = 7, n = 505$$

j. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 6$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$\begin{aligned} 492 &\leq 7x^2 - 6x + 287 < 533 \\ x &= -5, n = 492 \\ x &= 6, n = 503 \end{aligned}$$

k. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 7$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$\begin{aligned} 492 &\leq 8x^2 - 7x + 328 < 533 \\ x &= 5, n = 493 \end{aligned}$$

l. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 8$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$\begin{aligned} 492 &\leq 9x^2 - 8x + 369 < 533 \\ &no\ hay\ soluciones. \end{aligned}$$

m. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 9$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$\begin{aligned} 492 &\leq 10x^2 - 9x + 410 < 533 \\ x &= -3, n = 527 \end{aligned}$$

n. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 10$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$492 \leq 11x^2 - 10x + 451 < 533$$

$$x = 3, n = 520$$

o. Resolver las inecuaciones con  $s = 1$  y  $T = 11$

$$492 \leq n = (Ts^2 + s)x^2 + (Ts^2 - (2T - 1)s - 1)x + (Ts^2 + s)p - Ts + T < 533$$

$$492 \leq 12x^2 - 11x + 492 < 533$$

$$x = 0, n = 492$$

$$x = 1, n = 493$$

$$x = -1, n = 515$$

$$x = 2, n = 518$$

p. Para  $s = 2$ ,  $1 \leq T \leq \left\lceil \left\lfloor \frac{p(u-s+1)}{ps^2-s+1} \right\rfloor \right\rceil = 2$

$$1 \leq T \leq \left\lceil \left\lfloor \frac{41(12 - 2 + 1)}{163} \right\rfloor \right\rceil = 2$$

q. Para  $T = 1$ ,  $s = 2$

$$492 \leq 6x^2 + x + 245 < 533$$

$$x = -7, n = 532$$

r. Para  $T = 2$ ,  $s = 2$

$$492 \leq 10x^2 + x + 408 < 533$$

$$x = 3, n = 501$$

$$x = -3, n = 495$$

s. Para  $s = 3$ ,  $1 \leq T \leq \left\lceil \left\lfloor \frac{p(u-s+1)}{ps^2-s+1} \right\rfloor \right\rceil = 1$

$$1 \leq T \leq \left\lfloor \frac{41(12 - 2 + 1)}{163} \right\rfloor = 1$$

t. Para  $T = 1, s = 3$

$$\begin{aligned}
 492 &\leq 12x^2 + 5x + 490 < 533 \\
 x = 1, n &= 507 \\
 x = -1, n &= 497 \\
 x = -1, n &= 528
 \end{aligned}$$

Se eliminan los valores de  $n$  encontrados anteriormente en el intervalo dado y se obtiene:

$$494, 496, 498, 499, 500, 502, 504, 506, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 516, 519, 521, 522, 523, 524, 526, 529, 530.$$

Si los evaluamos en  $p(n) = n^2 - n + 41$  obtenemos:

$$243583, 245561, 247547, 248543, 249541, 251543, 253553, 255571, 258613, 259631, 260651, 261673, 262697, 263723, 265781, 268883, 270961, 272003, 273047, 274093, 276191, 279353, 280411,$$

Todos estos números son primos.

## 6. CRIBAS PARA POLINOMIOS DE LA FORMA

$$p(n) = r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1 \text{ con } r \geq 2$$

Se pueden desarrollar cribas para  $r \geq 2$ . Su procedimiento es parecido al caso  $r = 1$ , cuando  $p(n) = n^2 - n + p$ .

### 6.1 APLICACIONES DE LA CONJETURA DE LAS CRIBAS POLINOMIALES DE CORDERO.

Sea el conjunto de polinomios de la forma:

$$\begin{aligned}
 &n \\
 &= \frac{((r - 1 + T)s^2 + rs)x^2 + ((r - 1 + T)s^2 - (r - 2 + 2T)s - r)x + ((r - 1 + T)s^2 + rs)p - (r - 1 + T)s + T}{r},
 \end{aligned}$$

$$n \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{N}, p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}, s \in \mathbb{N}, s \neq 0, T \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

Si tomamos como intervalo de estudio de (1) al conjunto:

$$\frac{(p-1)(r-1)+pu}{r} \leq n < \frac{(p-1)(r-1)+p(u+1)}{r}, \quad u, n \in \mathbb{N} \quad (2)$$

Se debe encontrar todos los valores de  $T \in \mathbb{Z}$  y  $s \in \mathbb{N}$ ,  $s \neq 0$  tal que satisfaga la inecuación (2) y que  $n \in \mathbb{Z}$ .

### i. COTAS PARA $s$ .

El cambio de valor en  $s$  se da cuando en (\*)  $x = 0$  y  $T = 1$ .  $n \geq p$ .

$$r(up + p) \leq rps^2 - (r - rp)s + 1$$

$$0 \leq rps^2 - (r - rp)s + 1 - r(up + p)$$

$$s = \frac{r - rp + \sqrt{(r - rp)^2 + 4rp(rup + rp - 1)}}{2rp}$$

$$1 \leq s \leq \frac{r - rp + \sqrt{(r - rp)^2 + 4rp(rup + rp - 1)}}{2rp}$$

Luego:

Sea  $u, r \in \mathbb{N}$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$

Si  $\frac{(p-1)(r-1)+pu}{r} \leq n < \frac{(p-1)(r-1)+p(u+1)}{r}$ ,  $u \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq p$ ,  $n \in \mathbb{N}$  entonces

$$1 \leq s \leq \left\lfloor \frac{r - rp + \sqrt{(r - rp)^2 + 4rp(rup + rp - 1)}}{2rp} \right\rfloor$$

### ii. COTAS PARA $T$ .

Para que estén dentro del intervalo estudiado, las parábolas  $n$  deben ser cóncavas hacia arriba, esto es:

$$(r - 1 + T)s^2 + rs \geq 1$$

$$T \geq \frac{1 - rs - (r - 1)s^2}{s^2}$$

Y además para que haya soluciones reales, debe cumplirse:

$$((r - 1 + T)s^2 + rs)p - (r - 1 + T)s + T \leq pu + p$$

$$(r - 1 + T)ps^2 + rsp - (r - 1)s - Ts + T \leq pu + p$$

$$(r - 1)ps^2 + Tps^2 + rsp - (r - 1)s - Ts + T \leq pu + p$$

$$Tps^2 - Ts + T \leq pu + p + (r - 1)s - rsp - (r - 1)ps^2$$

$$T(ps^2 - s + 1) \leq pu + p + (r - 1)s - rsp - (r - 1)ps^2$$

$$T \leq \frac{pu + p + (r - 1)s - rsp - (r - 1)ps^2}{(ps^2 - s + 1)}$$

Luego:

$$\frac{1 - rs - (r - 1)s^2}{s^2} \leq T \leq \frac{p(u + 1) + (r - 1 - rp)s - (r - 1)ps^2}{(ps^2 - s + 1)}, T \in \mathbb{Z}$$

Seleccionamos los valores naturales de  $n$  y los eliminamos del codominio. Los valores naturales que quedan se evalúan en el polinomio  $p(n) = r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$  y estos resultados siempre son números primos.

### 6.1 Aplicación para $r = 3, p = 41$ con $u = 1$

$$\frac{(p - 1)(r - 1) + pu}{r} \leq \frac{((r - 1 + T)s^2 + rs)x^2 + ((r - 1 + T)s^2 - (r - 2 + 2T)s - r)x + ((r - 1 + T)s^2 + rs)p - (r - 1 + T)s + T}{r} < \frac{(p - 1)(r - 1) + p(u + 1)}{r}$$

a) Intervalo.

$$\frac{(p - 1)(r - 1) + pu}{r} \approx 40$$

$$\frac{(p - 1)(r - 1) + p(u + 1)}{r} = 54$$

b) Se debe resolver la inecuación:

$$\frac{(p-1)(r-1)+pu}{r} \leq \frac{((r-1+T)s^2+rs)x^2 + ((r-1+T)s^2 - (r-2+2T)s-r)x + ((r-1+T)s^2+rs)p - (r-1+T)s+T}{r} < \frac{(p-1)(r-1)+p(u+1)}{r}$$

$$40 \leq \frac{((2+T)s^2+3s)x^2 + ((2+T)s^2 - (1+2T)s-3)x + ((2+T)s^2+3s) * 41 - (2+T)s+T}{3} < 54$$

c) Valores para  $s$ .

$$1 \leq s \leq \left\lceil \frac{r - rp + \sqrt{(r - rp)^2 + 4rp(rup + rp - 1)}}{2rp} \right\rceil$$

$$1 \leq s \leq \left\lceil \frac{3 - 3 * 41 + \sqrt{(3 - 3 * 41)^2 + 4 * 3 * 41(3 * 1 * 41 + 3 * 41 - 1)}}{2 * 3 * 41} \right\rceil = 1$$

d) Valores para  $T$ .

$$\frac{1 - rs - (r-1)s^2}{s^2} \leq T \leq \frac{pu + p + (r-1)s - rsp - (r-1)ps^2}{(ps^2 - s + 1)}$$

$$\frac{1 - 3 - (3-1)}{1} \leq T \leq \frac{41 * 1 + 41 + (3-1) - 3 * 1 * 41 - (3-1) * 41 * 1^2}{41}$$

$$-4 \leq T \leq -2$$

Para  $s = 1$  tenemos a  $T = -4, -3, -2$

$$40 \leq \frac{((2+T)s^2+3s)x^2 + ((2+T)s^2 - (1+2T)s-3)x + ((2+T)s^2+3s) * 41 - (2+T)s+T}{3} < 54$$

Nota: se toman en cuenta solamente los valores de  $n \in \mathbb{Z}$ .

$$s = 1, T = -4: \quad 40 \leq \frac{x^2 + 2x + 39}{3} < 54$$

$$x = 9, n = 46$$

$$x = 10, n = 53$$

$$s = 1, T = -3: \quad 40 \leq \frac{2x^2 + x + 80}{3} < 54$$

$$x = 5, n = 45$$

$$s = 1, T = -2: 40 \leq \frac{3x^2 - x + 121}{3} < 54$$

$$x = 1, n = 41$$

$$x = -2, n = 45$$

Tenemos que los valores naturales de  $n$  son:  $\{41, 45, 46, 53\}$ . Si las eliminamos del intervalo se obtiene:

$$\{40, 42, 43, 44, 47, 48, 49, 50, 51, 52\}$$

Y si estos valores los evaluamos en el polinomio  $p(n) = 9n^2 + 3n + 367$  se obtiene: 14887, 16369, 17137, 17923, 20389, 21247, 22123, 23017, 23929, 24859. Todos números primos.

### 6.2 Aplicación para $r = 4, p = 17$ con $u = 6$

a) Intervalo.

$$\frac{(p-1)(r-1) + pu}{r} \approx 37$$

$$\frac{(p-1)(r-1) + p(u+1)}{r} = 41$$

b) Se debe resolver la inecuación:

$$\frac{(p-1)(r-1) + pu}{r} \leq \frac{((r-1+T)s^2 + rs)x^2 + ((r-1+T)s^2 - (r-2+2T)s - r)x + ((r-1+T)s^2 + rs)p - (r-1+T)s + T}{r} < \frac{(p-1)(r-1) + p(u+1)}{r}$$

$$37 \leq \frac{((3+T)s^2 + 4s)x^2 + ((3+T)s^2 - (2+2T)s - 4)x + ((3+T)s^2 + 4s) * 17 - (3+T)s + T}{4} < 41$$

c) Valores para  $s$ .

$$1 \leq s \leq \left\lceil \frac{r - rp + \sqrt{(r - rp)^2 + 4rp(rup + rp - 1)}}{2rp} \right\rceil$$

$$1 \leq s \leq \left\lceil \frac{4 - 4 * 17 + \sqrt{(4 - 4 * 17)^2 + 4 * 4 * 17(4 * 6 * 17 + 4 * 17 - 1)}}{2 * 4 * 17} \right\rceil = 2$$

d) Valores para  $T$  con  $s = 1$

$$\frac{1 - rs - (r - 1)s^2}{s^2} \leq T \leq \frac{pu + p + (r - 1)s - rsp - (r - 1)ps^2}{(ps^2 - s + 1)}$$

$$\frac{1 - 4 - 3}{1} \leq T \leq \frac{17 * 6 + 17 + 3 - 4 * 17 - 3 * 17}{17}$$

$$-6 \leq T \leq 0$$

Para  $s = 1$  tenemos a  $T = -6, -5, -4, -3, -1, 0$ .

$$s = 1, T = -6: 37 \leq \frac{x^2 + 3x + 14}{4} < 41$$

*no hay soluciones naturales*

$$s = 1, T = -5: 37 \leq \frac{2x^2 + 2x + 31}{4} < 41$$

*No hay soluciones naturales*

$$s = 1, T = -4: 37 \leq \frac{3x^2 + x + 48}{4} < 41$$

*No hay soluciones naturales.*

$$s = 1, T = -3: 37 \leq \frac{4x^2 + 65}{4} < 41$$

*No hay soluciones naturales*

$$s = 1, T = -2: 37 \leq \frac{5x^2 - x + 82}{4} < 41$$

*No hay soluciones naturales*

$$s = 1, T = -1: 37 \leq \frac{6x^2 - 2x + 99}{4} < 41$$

*No hay soluciones naturales*

$$s = 1, T = 0: 37 \leq \frac{7x^2 - 3x + 116}{4} < 41$$

*No hay soluciones naturales*

e) Valores para  $T$  con  $s = 2$

$$\frac{1 - rs - (r - 1)s^2}{s^2} \leq T \leq \frac{pu + p + (r - 1)s - rsp - (r - 1)ps^2}{(ps^2 - s + 1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1 - 4 * 2 - 3 * 4}{4} &\leq T \\ &\leq \frac{17 * 6 + 17 + 3 * 2 - 4 * 2 * 17 - 3 * 17 * 4}{67} \\ -4 &\leq T \leq -4 \end{aligned}$$

f)  $s = 2, T = -4: 37 \leq \frac{4x^2 + 4x + 66}{4} < 41$

No hay soluciones naturales

No hay valores naturales es este intervalo que deban eliminarse, es decir todos los números naturales dentro del intervalo generan números primos; esto es:  $\{37, 38, 39, 40\}$

Y si estos valores los evaluamos en el polinomio  $p(n) = 16n^2 + 8n + 269$  se obtiene: 22469, 23677, 24917, 26189. Todos números primos.

### 7. EL ALGORITMO y FACTORIZADOR POLINOMIAL DE CORDERO

El siguiente procedimiento logra encontrar los valores de  $n$  que generan números primos al evaluar los polinomios  $r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$   $n, r \in \mathbb{N}$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$ . Además permite factorizar completamente (en sus factores primos), los números compuestos de la forma  $r^2n^2 + r(r - 2)n + pr^2 - r + 1$

Sea  $n, r \in \mathbb{N}, p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$  con

$$2(1-r) \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{-(8p-2n-3)r + 4p - 3 + 2\sqrt{r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1}}{4p-1} \right\rfloor, T_\phi \in \mathbb{Z}$$

$$\phi = \sqrt{(1-4p)T_\phi^2 + 2((2n+3-8p)r + 4p-3)T_\phi + (r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r + p-1)}$$

- I. Si existe un  $T_\phi$  dentro del intervalo dado tal que  $\phi \in \mathbb{N}$  entonces  $r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1$  es un número compuesto, caso contrario  $r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1$  es un número primo.
- II. Si  $r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1$  es un número compuesto con  $(T_\phi, \phi), T_\phi \in \mathbb{Z}, \phi \in \mathbb{Z}$  y  $\frac{r-1+T_\phi \pm \phi}{2(T+2r-1)} = \frac{t}{b}$  con  $t$  y  $b$  primos entre sí entonces  $t^2 - tb + pb^2$  es un factor de  $r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1$ .

NOTA:

Para el caso  $r = 1$  se puede utilizar  $0 \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{4(n-p)}{4p-1} \right\rfloor$

### 7.1 Aplicación

Sea  $n = 349$  y  $p = 41, r = 1$ .

$$0 \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{4(n-p)}{4p-1} \right\rfloor = 7$$

$$\phi = \sqrt{-163T_\phi^2 + 1068T_\phi + 1232} \text{ con } T_\phi = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$\phi_0 = 4\sqrt{77}, \quad \phi_1 \approx 46,23, \quad \phi_2 \approx 52,12, \quad \phi_3 \approx 54,49, \quad \phi_4 \approx 53,81, \quad \phi_5 \approx 49,97$$

$$\phi_6 \approx 42,09 \quad \phi_7 \approx 26,85$$

Entonces  $349^2 - 349 + 41 = 121493$  es un número primo.

### 7.2 Aplicación

Sea  $n = 5877$  y  $p = 17, r = 1$ .

$$0 \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{4(n-p)}{4p-1} \right\rfloor = 349$$

$$\phi = \sqrt{(1 - 4p)T_\phi^2 + 4(n - 2p)T_\phi + 4(n - p)}$$

$$\phi = \sqrt{-67T_\phi^2 + 23372T_\phi + 23440} \text{ con } T_\phi = 0,1,2, \dots, 348,349.$$

utilizando Excel se comprueba que ningún  $\phi_i$  con  $i \in \{0,1,2, \dots, 348,349\}$  es un número natural, por lo que  $5877^2 - 5877 + 17 = 34533269$  es un número primo.

### 7.3 Aplicación

Sea  $n = 123875$  y  $p = 41, r = 1$ .

$$0 \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{4(n - p)}{4p - 1} \right\rfloor = 3038$$

$$\phi = \sqrt{(1 - 4p)T_\phi^2 + 4(n - 2p)T_\phi + 4(n - p)}$$

$$\phi = \sqrt{-163T_\phi^2 + 495172T_\phi + 495336} \text{ con } T_\phi = 0,1,2, \dots, 3038$$

utilizando Excel se comprueba que  $\phi_{2489} = 14939$  que es un número natural, por lo que  $123875^2 - 123875 + 41 = 15344\ 891791$  es un número compuesto.

Para encontrar los factores primos del número compuesto, debemos calcular:

$$\frac{r - 1 + T \pm \phi}{2(T + 2r - 1)} = \frac{t}{b}$$

$$\frac{1 - 1 + 2489 + 14939}{2(2489 + 2 * 1 - 1)} = \frac{17428}{4980} = \frac{4357}{1245}$$

Como 4357 y 1245 son primos relativos o primos entre sí, (en otras palabras la fracción  $\frac{4357}{1245}$  está en su forma canónica) entonces:

$$4357^2 - 4357 * 1245 + 41 * 1245^2 = 77110009 \text{ es un factor primo de } 15344\ 891791.$$

El otro factor es:

$$\frac{1 - 1 + 2489 - 14939}{2(2489 + 2 * 1 - 1)} = \frac{-12450}{4980} = \frac{-5}{2}$$

Entonces  $(-5)^2 - (-5) * 2 + 41 * 2^2 = 199$  es el otro factor primo.

Así la factorización completa de  $15344\ 891791 = 77110009 * 199$

#### 7.4 Aplicación

Sea  $n = 56$ ,  $p = 41$  y  $r = 34$

$$2(1-r) \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{-(8p-2n-3)r+4p-3 + \sqrt{((8p-2n-3)r-4p+3)^2 + (4p-1)((r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r+p-1))}}{4p-1} \right\rfloor, T_\phi \in \mathbb{Z}$$

$$-66 \leq T_\phi \leq -20, T_\phi \in \mathbb{Z}$$

$$\phi = \sqrt{(1-4p)T^2 + 2((2n+3-8p)r+4p-3)T + (r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r+p-1)}$$

$$\phi = \sqrt{-163T_\phi^2 - 14162 T_\phi - 215991} \text{ con } T_\phi = -66, -65, \dots, -21, -20.$$

Al evaluar  $T_\phi$  en  $\phi$  ningún resultado es un número natural.

luego:

$$r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1$$

$$= 34^2 * 56^2 + 34 * 32 * 56 + 41 * 34^2 - 34 + 1 = 3733507 \text{ es un número primo.}$$

#### 7.5 Aplicación

Sea  $n = 102$ ,  $p = 5$  y  $r = 8$

$$2(1-r) \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{-(8p-2n-3)r+4p-3 + \sqrt{((8p-2n-3)r-4p+3)^2 + (4p-1)((r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r+p-1))}}{4p-1} \right\rfloor, T_\phi \in \mathbb{Z}$$

$$-14 \leq T_\phi \leq 148, T_\phi \in \mathbb{Z}$$

$$\phi = \sqrt{(1-4p)T^2 + 2((2n+3-8p)r+4p-3)T + (r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r+p-1)}$$

$$\phi = \sqrt{-19T_\phi^2 + 2638T_\phi + 44928}$$

Al evaluar  $T_\phi$  en  $\phi$  ningún resultado es un número entero.

luego:

$$r^2n^2 + r(r-2)n + pr^2 - r + 1$$

$$= 8^2 * 102^2 + 8 * 6 * 102 + 5 * 8^2 - 8 + 1 = 3733507 \text{ es un número primo.}$$

### 7.6 Aplicación

Sea  $n = 2345, r = 1, p = 41$ .

$$0 \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{4(n-p)}{4p-1} \right\rfloor = 56$$

$$\phi = \sqrt{(1-4p)T_\phi^2 + 4(n-2p)T_\phi + 4(n-p)}$$

$$\phi = \sqrt{-163T_\phi^2 + 9052T_\phi + 9216} \text{ con } T_\phi = 0, 1, 2, \dots, 56$$

utilizando Excel se comprueba que  $T_\phi = 0$  y  $\phi_0 = 96$  que es un número natural, por lo que  $2345^2 - 2345 + 41 = 5496721$  es un número compuesto.

Para encontrar los factores primos del número compuesto, debemos calcular:

$$\frac{r-1+T \pm \phi}{2(T+2r-1)} = \frac{t}{b}$$

$$\frac{1-1+0+96}{2(0+2*1-1)} = 48$$

$$48^2 - 48 * 1 + 41 * 1^2 = 2297 \text{ es un factor primo de } 5496721.$$

El otro factor es:

$$\frac{1-1+0-96}{2(0+2*1-1)} = -48$$

$$48^2 + 48 * 1 + 41 * 1^2 = 2393 \text{ es el otro factor primo de } 5496721.$$

En conclusión:  $5496721 = 2297 * 2393$

### 7.7 Aplicación

Sea  $n = 25627, r = 1, p = 41$ .

$$0 \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{4(n-p)}{4p-1} \right\rfloor = 627$$

$$\phi = \sqrt{(1-4p)T_\phi^2 + 4(n-2p)T_\phi + 4(n-p)}$$

$$\phi = \sqrt{-163T_\phi^2 + 102180T_\phi + 102344} \text{ con } T_\phi = 0,1,2, \dots, 627$$

utilizando Excel se comprueba que  $T_\phi = 181$  y  $\phi_0 = 3641$  que es un número natural, por lo que  $25627^2 - 25627 + 41 = 656717543$  es un número compuesto.

Para encontrar los factores primos del número compuesto, debemos calcular:

$$\frac{r-1+T \pm \phi}{2(T+2r-1)} = \frac{t}{b}$$

$$\frac{1-1+181+3641}{2(181+2*1-1)} = \frac{21}{2}$$

$21^2 - 21 * 2 + 41 * 2^2 = 563$  es un factor primo de 656717543.

El otro factor es:

$$\frac{1-1+181-3641}{2(181+2*1-1)} = \frac{-865}{91}$$

$865^2 + 865 * 91 + 41 * 91^2 = 1166461$  es el otro factor primo de 656717543. .

En conclusión:  $656717543 = 563 * 1166461$

### 7.8 Aplicación

Sea  $n = 54897, r = 2, p = 41$ .

$$2(1-r) \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{-(8p-2n-3)r+4p-3 + \sqrt{((8p-2n-3)r-4p+3)^2 + (4p-1)((r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r+p-1))}}{4p-1} \right\rfloor, T_\phi \in \mathbb{Z}$$

$$-2 \leq T_\phi \leq 2691$$

$$\phi = \sqrt{(1-4p)T^2 + 2((2n+3-8p)r+4p-3)T + (r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r+p-1)}$$

$$\phi = \sqrt{-163T_\phi^2 + 438198T_\phi + 1316065} \text{ con } T_\phi = -2, -1, 0, \dots, 2690, 2691$$

utilizando Excel se comprueba que  $T_\phi = 1045$  y  $\phi_0 = 16770$  que es un número natural, por lo que  $4 * 54897^2 + 41 * 4 - 2 + 1 = 12054722599$  es un número compuesto.

Para encontrar los factores primos del número compuesto, debemos calcular:

$$\frac{r - 1 + T \pm \phi}{2(T + 2r - 1)} = \frac{t}{b}$$

$$\frac{2 - 1 + 1045 + 16770}{2(1045 + 2 * 2 - 1)} = \frac{17}{2}$$

$17^2 - 17 * 2 + 41 * 2^2 = 419$  es un factor primo de 12054722599.

El otro factor es:

$$\frac{2 - 1 + 1045 - 16770}{2(1045 + 2 * 2 - 1)} = \frac{-3931}{524}$$

$3931^2 + 3931 * 524 + 41 * 524^2 = 28770221$  es el otro factor primo de 12054722599.

En conclusión:  $12054722599 = 419 * 28770221$

### 7.9 Aplicación

Sea  $n = 205, r = 2, p = 5$ .

$$2(1-r) \leq T_\phi \leq \left\lfloor \frac{-(8p-2n-3)r+4p-3 + \sqrt{((8p-2n-3)r-4p+3)^2 + (4p-1)((r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r+p-1))}}{4p-1} \right\rfloor, T_\phi \in \mathbb{Z}$$

$$-2 \leq T_\phi \leq 83$$

$$\phi = \sqrt{(1-4p)T^2 + 2((2n+3-8p)r+4p-3)T + (r-1)^2 + 4(2r-1)((n+1-2p)r+p-1)}$$

$$\phi = \sqrt{-19T_\phi^2 + 1526T_\phi + 4753} \text{ con } T_\phi = -2, -1, 0, \dots, 83.$$

utilizando Excel se comprueba que hay varias opciones:

| $T_\phi$ | $\phi$ |
|----------|--------|
| 6        | 115    |
| 48       | 185    |
| 56       | 175    |
| 72       | 127    |
| 77       | 98     |

Por lo que  $2^2 * 205^2 + 5 * 2^2 - 2 + 1 = 168119$  tiene más de dos factores primos.

$$\frac{r - 1 + T \pm \phi}{2(T + 2r - 1)} = \frac{t}{b}$$

$$\frac{2 - 1 + 6 + 115}{2(6 + 2 * 2 - 1)} = \frac{61}{9}$$

$61^2 - 61 * 9 + 5 * 9^2 = 3577$  es un factor de 168119.

Otro factor es:

$$\frac{2 - 1 + 6 - 115}{2(6 + 2 * 2 - 1)} = -6$$

$6^2 + 6 * 1 + 5 * 1^2 = 47$  es un factor de 168119.

Otro factor es:

$$\frac{2 - 1 + 48 + 185}{2(48 + 2 * 2 - 1)} = \frac{39}{17}$$

$39^2 - 39 * 17 + 5 * 17^2 =$

2303 y dividiendo entre los factores anteriores se tiene que:

$$2303 = 47 * 49 = 47 * 7 * 7$$

Otro factor es:

$$\frac{2 - 1 + 48 - 185}{2(48 + 2 * 2 - 1)} = \frac{-4}{3}$$

$4^2 + 4 * 3 + 5 * 3^2 = 73$

Utilizando estos factores podemos concluir que:

$$168119 = 7 * 7 * 47 * 73$$

### **8. CONCLUSIÓN.**

Pasará mucho tiempo para poder descubrir una fórmula que genere todos y cada uno de los números primos, si es que existe.

El cribado es la forma más eficiente y eficaz para obtener números primos y compuestos, y este trabajo de investigación nos da una esperanza de poder encontrar un procedimiento sencillo, eficiente y eficaz para factorizar números enteros y encontrar número primos grandes. Por esta razón los polinomios generadores de números primos son una buena opción para encontrar una solución definitiva.

### **9. BIBLIOGRAFÍA**

- [1] Miramontes de León, D., Los infinitos de algunas series divergentes. Revista Digital Matemática, Educación e internet, 20(2), 2020.
- [2] Littlewood, J. E., Distribution des nombres premiers, C.R. Acad. Sci. Paris 158 (1914) 1869-1872.
- [3] Granville, A., and Martin, G., (2006), Prime Number Races. The American Mathematical Monthly, 113(1), 1-33. Doi: 10.2307/27641834